Wiederholung Indexnotation

- Anz. der freien Indizes gibt die Stufe des Tensors an

c	Skalar (Tensor 0. Stufe)	kein Index
a_i	Vektor (-"- 1. -"-)	für jeden Vektor 1 Index
b_{jk}	Dyade (-"- 2. -"-)	für jede Dyade 2 Indizes

- 3 Operationen in der Vektorrechnung

Skalarprodukt $\vec{a} \cdot \vec{b} = c$, $c = \delta_{ij}\, a_i\, b_j \; (\hat{=}\, a_i\, b_j\, \overbrace{(\vec{e}_i \cdot \vec{e}_j)}^{\delta_{ij}}) = a_i\, b_i$

Vektorprod. $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{c}$ $\qquad c_k = \underset{\text{"}\times\text{"}}{\varepsilon_{ijk}}\, a_i\, b_j \quad (\vec{e}_i \times \vec{e}_j = \varepsilon_{ijk}\, \vec{e}_k)$

$$\vec{c} = \underbrace{a_i\, b_j\, \varepsilon_{ijk}}_{c_k}\, \vec{e}_k$$

Tensorprod. $\vec{a}\,\vec{b} = \underset{\sim}{c}$ $\qquad c_{ij} = a_i\, b_j$

- Operationen können mit Hilfe des Nabla-Operators ∇ dargest. werden

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial}{\partial y}\vec{e}_y + \frac{\partial}{\partial z}\vec{e}_z$$

bzw.

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x_1}\vec{e}_1 + \frac{\partial}{\partial x_2}\vec{e}_2 + \frac{\partial}{\partial x_3}\vec{e}_3 \qquad = \frac{\partial}{\partial x_j} \quad (j = 1,2,3)$$

symbol. Schreibweise $\qquad$ Indexnot.

Differentialoperatoren der Feldtheorie

1. Gradient: ∇
2. Divergenz: $\nabla \cdot$
3. Rotation: $\nabla \times$

$\log_a(x \cdot y) = \log_a(x) + \log_a(y)$

$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) =$ –"– – –"–

$\log_a(x^r) = r \cdot \log_a(x)$

$\log_a(\sqrt[n]{x}) = \log_a\left(x^{\frac{1}{n}}\right) = \frac{1}{n}\log_a(x)$

$\ln'(x) = \frac{1}{x}$

$\int \log_b(x)' = \frac{1}{x \ln b}$

$\int \ln x \, dx = \int 1 . \ln x \, dx$

$= x \ln x - \int x \cdot \frac{1}{x} \, dx$

$= x \ln x - x$

$\exp(x+y) = \exp(x) \cdot \exp(y)$

$a^x := \exp(x . \ln a)$ $\quad (a^x = (e^{\ln a})^x)$

$a^{x+y} := a^x \cdot a^y$

$a^{x \cdot y} = (a^x)^y$

$a^{-x} = \frac{1}{a^x} = \left(\frac{1}{a}\right)^x$

$a^x . b^x = (a \cdot b)^x$

$\frac{d}{dx} \exp(x) := \exp(x)$

für $a > 0$ $\quad a^x = \exp(x \cdot \ln a)$

$\frac{d}{dx} a^{b \cdot x} = b . \ln a \cdot a^{bx}$

Produktregel

$f(x) = u(x) \cdot v(x)$

$(uv)' = u'v + uv'$

$f'(x_a) = u'(x_a) \cdot v(x_a) + u(x_a) \cdot v'(x_a)$

Quotientenregel

$f(x) = \frac{u(x)}{v(x)}$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$

$f'(x_a) = \frac{u'(x_a) \cdot v(x_a) - v'(x_a) \cdot u(x_a)}{(v(x_a))^2}$

Kettenregel

$f(x) = u(v(x))$

$f'(x) = u'(v(x)) \cdot v'(x)$