ALLGEMEINE VORGEHENSWEISE
bei "Kontrollvolumen - Aufgaben"

[1.] Aufg.stellung gut durchlesen & Skizze zeichnen

[2.] KV (Kontrollvol.) eintragen (gestrichelt)

[3.] Je nachdem, was gesucht ist, allg. Formel hinschreiben, z.B. wie oft in dieser Übung

Konti: $\underbrace{\iiint\limits_{(V)} \frac{\partial \rho}{\partial t}\, dV}_{\substack{=0,\text{ falls stationär}\\ =0,\text{ wenn } \rho=\text{konst.}}} + \iint\limits_{(S)} \rho\, (\vec{u}\cdot\vec{n})\, dS = 0$, $dV = r\,dr\,d\varphi\,dz$

Bemerk.: falls 1. Term $\neq 0$, kann vorkommen
einfach auch Integr.-grenzen setzen & Term "mitziehen" durch gesamte Rechnung, z.B.

$$\int_0^L\int_0^{2\pi}\int_0^R \frac{\partial \rho}{\partial t}\, r\,dr\,d\varphi\,dz + \iint\limits_{S_1} \rho\,(\vec{u}\cdot\vec{n})\,dS + \iint\limits_{S_2} \ldots \text{etc.}$$

Annahme $\rho = c.$ (wie in Aufg.)

(✱) übrig: $\rho \iint\limits_{S} (\vec{u}\cdot\vec{n})\, dS = 0$

[4.] Definiere die Flächen / Teile das KV ein
z.B. in S_o (oben), S_u (unten), S_R (rechts), S_L (links), S_W (Wand) etc.

[5.] Trage für alle Flächen einen Normalenvektor $\vec{n}$ ein, und zwar immer nach außen (Konvention)

[6.] Notiere nun für alle Flächen jeweils das Ergebnis für $(\vec{u}\cdot\vec{n})$, z.B. S_W: $\vec{u}\cdot\vec{n} = 0$, da feste Wand

S_o: $\vec{u}\cdot\vec{n} = (w(r)\,\vec{e}_z - V_K\,\vec{e}_z)\cdot\vec{e}_z = w(r) - V_K$

oder allg. [S_*: $\vec{u}\cdot\vec{n} = \underbrace{(u_r\vec{e}_r + u_\varphi\vec{e}_\varphi + u_z\vec{e}_z)}_{\text{[s. Aufg., was geg. \& was = 0]}}\cdot\underbrace{(\vec{e}_r / -\vec{e}_r / \vec{e}_\varphi / -\vec{e}_\varphi / \vec{e}_z / -\vec{e}_z)}_{\text{[wähle passendes } \vec{e}_* \text{ aus!]}}$]

[7.] Summiere jetzt auf für alle Flächen allg.

aus (✱): $\rho\iint\limits_{S_o}(\vec{u}\cdot\vec{n})\,dS + \rho\iint\limits_{S_u}(\vec{u}\cdot\vec{n})\,dS + \rho\iint\limits_{S_R}(\vec{u}\cdot\vec{n})\,dS + \rho\iint\limits_{S_L}(\vec{u}\cdot\vec{n})\,dS + \iint\limits_{S_W}(\vec{u}\cdot\vec{n}\,dS$ etc. $\stackrel{!}{=} 0$

[8.] Setze aus Schritt [6.] $(\vec{u}\cdot\vec{n})$ ein und def. dS (s. zyl.koord.-Folie):
$dS_r = r\,d\varphi\,dz$ (zyl.mantel), $dS_\varphi = dr\,dz$ (Schnittfläche), $dS_z = r\,dr\,d\varphi$ (Deckelfl.)

[9.] Alles in [7.] eingetragene & nur Terme, die $\neq 0$
AUSRECHNEN bis zum Ende ... = 0
& evtl. noch umformen, falls nötig (je nach gesuchter Größe)