TURBOMASCHINEN

- bei Turbom.-Aufgaben allg.: $\vec{c}$ = Absolutgeschw.
  ↳ also in Gleich.en c_i statt u_i benutzen
  NUR bei Turbom.-Gl.en !!
- „stoßfreie Zuströmung":
  d.h. die Zuström. ist tangential zur Schaufelvorderkante
- Massenstrom durch die Stufe:
  berechnen mithilfe Konti: $\dot{m}_{ein} = -\iint\limits_{[S_{ein}]} \rho\,(\vec{c}\cdot\vec{n})\,dS$ mit $\vec{c} = \dots$, $\vec{n} = \dots$, $dS = \dots$ } einsetzen
  $\dot{m}_{aus} = +$ – " –
- Turbinenleist.:
  $$P = \vec{M}\cdot\vec{\Omega} = \underbrace{\dot{m}\,(r_a c_{ua} - r_e c_{ue})}_{\text{Eulersche Turbgl.}} \cdot \underbrace{\Omega\vec{e}_\Omega}_{\text{in Aufg. 2}}$$
  Leist. P = neg. und wird von der Flüssigk. dem LA zugeführt (Turbokraftmaschine)
  ↳ also: $P = \ominus$, wenn man der Strömung Leist. entzieht
  $P = \oplus$, – " – – " – zuführt
- **ENERGIEGL. ALLG.:**

$$* \quad \frac{D}{Dt}(\underbrace{K}_{\text{kinet. Energie}} + \underbrace{E}_{\text{innere En.}}) = \underbrace{P}_{\text{Leist. (En. pro Zeit)}} + \underbrace{\dot{Q}}_{\text{Wärmestrom}}$$

$$* \quad \frac{D}{Dt}\iiint\limits_{(V(t))}\left[\frac{c_i c_i}{2} + e\right]\rho\,dV = \iiint\limits_{(V)} c_i k_i \rho\,dV + \iint\limits_{(S)} c_i t_i\,dS - \iint\limits_{(S)} q_i n_i\,dS$$

in Vektorschreibweise:

$$* \quad \frac{D}{Dt}\iiint\limits_{(V(t))}\left[\frac{\vec{c}\cdot\vec{c}}{2} + e\right]\rho\,dV = \underbrace{\iiint\limits_{(V)} \vec{c}\cdot\vec{k}\,\rho\,dV}_{=0,\text{ WENN homogene Dichteverteil./Vol.kr. vernachlässigbar}} + \iint\limits_{(S)} \vec{c}\cdot\vec{t}\,dS - \underbrace{\iint\limits_{(S)} \vec{q}\cdot\vec{n}\,dS}_{=0,\text{ WENN keine Wärme zu- oder abgeführt wird (also adiabater Vorgang)}}$$

$V(t)$: mat. Vol., was sich ändert

mithilfe RTT:
$$= \underbrace{\frac{\partial}{\partial t}\iiint\limits_{(V)}\left[\frac{\vec{c}\cdot\vec{c}}{2} + e\right]\rho\,dV}_{=0,\text{ WENN sich die Energie zeitl. im festen Vol. nicht ändert, sobald } \vec{\Omega} = \text{zeitl. konst.}} + \iint\limits_{(S)}\left[\frac{\vec{c}\cdot\vec{c}}{2} + e\right]\rho\,(\vec{c}\cdot\vec{n})\,dS$$

⇒ am besten L.S. & R.S. Term-weise ausrechnen & am Ende zus.fassen in der "großen Gleichung"

- $\dot{m} = \rho\, c\, A$ (Dichte, Geschw., Fläche) ⇒ auch hier wie immer $\dot{m}_{ein} = -\dot{m}$, $\dot{m}_{aus} = +\dot{m}$
- thermische Zust.gleich.: $\frac{p}{\rho} = RT$; $pV = RT$
- A3: $M_A = \iint\limits_{S_z} \tau_{z\varphi}\, R\, dS$; Antriebsmoment
- $e_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$; d.h. z.B.: $e_{12} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right)$

Allg. Gleichungen:

IMPULSSATZ:

festes Syst.:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\iiint_{(V)} (\rho \vec{c})\, dV\right] + \iint_{(S)} (\rho \vec{c})\,(\vec{c}\cdot\vec{n})\, dS = \iiint_{(V)} \rho \vec{k}\, dV + \iint_{(S)} \vec{t}\, dS$$

beschleunigtes Bezugssyst.:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left[\iiint_{(V)} (\rho \vec{c})\, dV\right]_B + \iint_{(S)} (\rho \vec{c})(\vec{w}\cdot\vec{n})\, dS + \vec{\Omega} \times \iiint_{(V)} \rho \vec{c}\, dV = \iiint_{(V)} \rho \vec{k}\, dV + \iint_{(S)} \vec{t}\, dS$$

DRALLSATZ:

festes Syst.:

$$\iint_{(S)} \rho\, \vec{x} \times \vec{c}\,(\vec{c}\cdot\vec{n})\, dS = \iiint_{(V)} \vec{x} \times (\rho \vec{k})\, dV + \iint_{(S)} \vec{x} \times \vec{t}\, dS$$

Massenstrom (Aufg. 1 - mit $\vec{w}$)

$$\dot{m}_{ein} = -\iint_{(S)} \rho\, \underbrace{\vec{w}}_{(\vec{c})_{allg.}} \cdot \vec{n}\, dS \; ; \; \dot{m}_{aus} = \iint_{(S)} \rho\, \underbrace{\vec{w}}_{(\vec{c})_{allg.}} \cdot \vec{n}\, dS$$

$\vec{\Omega} = c. \rightsquigarrow \frac{d\vec{\Omega}}{dt} = 0$

stat. $\frac{d}{dt} = 0$

CAUCHYSCHE BEW.GLEICH.:

$$\left[\rho \frac{D\vec{w}}{Dt}\right]_B = \underbrace{\rho \vec{k}}_{\text{Volumen-kräfte}} + \underbrace{\nabla \cdot \underline{\tau}}_{\tau_{ij} = -p\delta_{ij} + P_{ij}} - \Big[\rho \vec{a} + \underbrace{2\rho \vec{\Omega} \times \vec{w}}_{\text{Corioliskraft}} + \underbrace{\rho \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{x})}_{\text{Zentrifugalkraft}} + \overbrace{\rho \frac{d\vec{\Omega}}{dt}} \times \vec{x}\Big]$$

(Scheinkräfte)

Kraft von außen auf KV: $\vec{F} = \iint_{(S)} \vec{t}\, dS$

Kraft von KV (innen) nach außen: $\vec{F} = -\iint_{(S)} \vec{t}\, dS$; mit $\vec{t} = -p\delta_{ij} \cdot \vec{n} + \underbrace{P_{ij}}_{=0,\text{ wenn reibungsfrei}}$

⇒ je nachdem, ob Kraft in x-, y- oder z-Richtung gesucht: Multipliziere R.S. u. L.S. der Gleichung mit $1\cdot\vec{e}_x$, $1\cdot\vec{e}_y$ oder $1\cdot\vec{e}_z$ für F_x, F_y u. F_z.

Turbomaschinen

- allg. Turbinengleichung $M = \overset{=\rho\dot{V}}{\dot{m}}\,(r_a c_{ua} - r_e c_{ue}) \overset{!}{=} 0$, WENN kein Moment übertragen wird / Dralleerhalt. zw. 2 Schaufeln
- $\vec{c} = \vec{w} + \vec{u}$, $\vec{w} = \vec{c} - \vec{u}$ (auch hier: je nachdem, welche Komponente gesucht wird mit Einheitsvektor multiplizieren (z.B. $1\cdot\vec{e}_\varphi$, $1\cdot\vec{e}_\Omega$ ...)
  $= \vec{w} + \vec{\Omega} \times \vec{x}$
- Leistung $P = \Omega\, \underbrace{\dot{m}\,(r_a c_{ua} - r_e c_{ue})}_{=M}$
- $\Omega = 2\pi f = \frac{2\pi n}{60}$ Umdrehungen/Minute
- Hinweise zur Axialturbine: ⊛ Vektorzerlegung ⇝ axial: $c_{Ax} = w_{Ax}$, Umfang: $c_u = w_u + u$ (radial: $c_r = 0$)

DEF.:

⊛ Winkel α (zw. Hauptströmricht. u. Absolutgeschw.) – hier nur bei: Leitschaufel (LE)

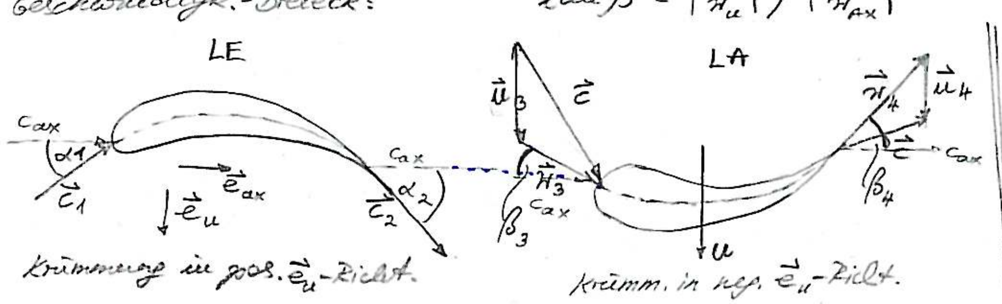
$\tan \alpha = |c_u| / |c_{Ax}|$

⊛ Winkel β (zw. Hauptströmricht. u. Relativgeschw.) – hier nur bei: Laufschaufel (LA)

!! aber generell überall auftreten. ||

$\tan \beta = |w_u| / |w_{Ax}|$

- Geschwindigk.-Dreieck:



Krümmung in pos. $\vec{e}_u$-Richt.

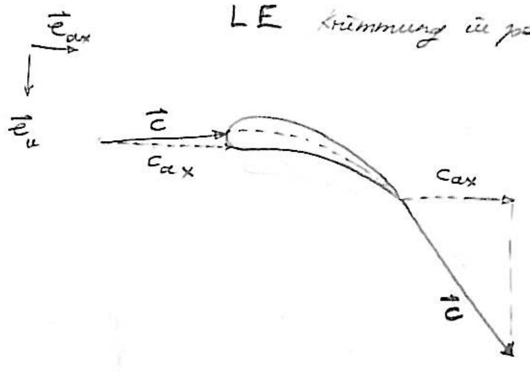
Krümm. in neg. $\vec{e}_u$-Richt.

Turbine: Fluid wird Energie entzogen ⇝ $P < 0$ ⇝ Druck sinkt

Verdichter: Fluid wird Energie zugeführt ⇝ $P > 0$ ⇝ Druck steigt

Turbine: Fluid wird Energie entzogen → $P_T < 0$ → Druck sinkt

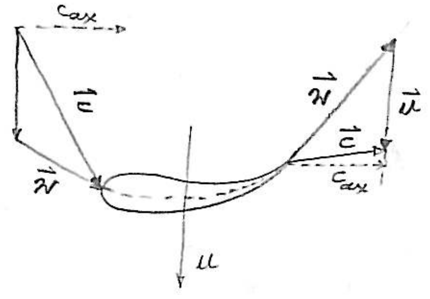
LE Krümmung in pos. $\vec{e}_u$-Richt.



kein Leist.umsatz

$\Omega = 0$

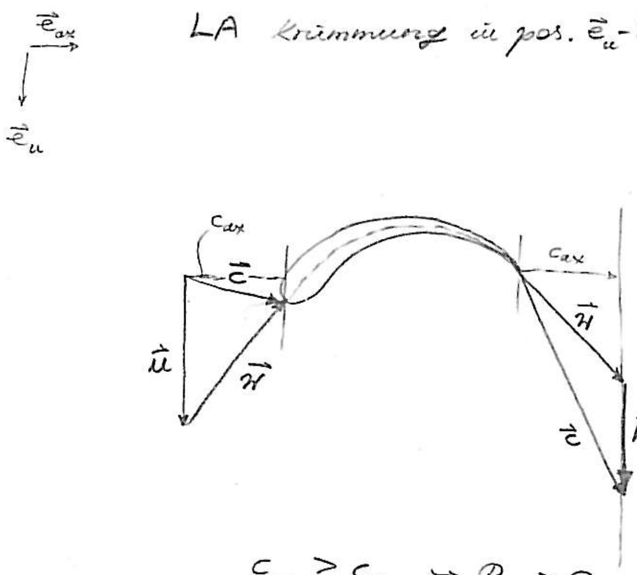
LA Krümmung in neg. $\vec{e}_u$-Richt.



$c_{u_a} < c_{u_e} \Rightarrow P_T < 0$

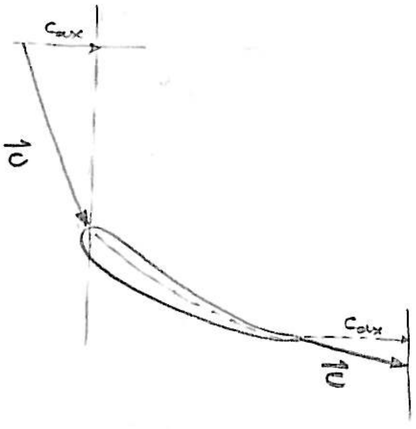
Verdichter: Fluid wird Energie zugeführt → $P_T > 0$ → Druck steigt

LA Krümmung in pos. $\vec{e}_u$-Richt.



$c_{ua} > c_{ue} \Rightarrow P_V > 0$

LE Krümmung in neg. $\vec{e}_u$-Richt.

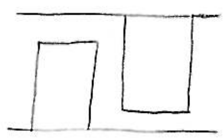


kein Leist.umsatz

$\Omega = 0$

Bei inkompr. Medien

$c_{ax} = \text{const.} \rightarrow A = c.$



Bei kompr. Medien $pV = mRT$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{p}{RT}$$

$c_{ax} = \text{const.}$

↪ A nimmt zu (Turbine)

A nimmt ab (Verdichter)