• check, ob Potentialströmung vorliegt:

$$\text{rot}\,\vec{u} = \left\{\frac{1}{r}\frac{\partial u_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial u_\varphi}{\partial z}\right\}\vec{e}_r + \left\{\frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial r}\right\}\vec{e}_\varphi + \frac{1}{r}\left\{\frac{\partial (u_\varphi r)}{\partial r} - \frac{\partial u_r}{\partial \varphi}\right\}\vec{e}_z$$

↳ vereinfachen, je nachdem, ob $u_r / u_z / u_\varphi = 0$ oder $u_r / u_z / u_\varphi = f(r)$

WENN:

$\text{rot}\,\vec{u} \neq 0 \Rightarrow$ keine Potentialströmung!

↳ Bei Pot.ström. sieht Bernoulli wie folgt aus:

$$\rho\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\rho}{2}\frac{\partial \phi}{\partial x_i}\frac{\partial \phi}{\partial x_i} + \underbrace{p}_{\text{stat. Druck}} + \underbrace{\psi}_{\text{Vol.kräfte}} = \underbrace{C(t)}_{C \text{ kann Fkt. von } t \text{ sein}}$$

nicht vereinfachen $\phi$ = Geschw.potential ($\neq$ Dissipationsfkt. hier)

• Bernoulli in rotier. Bezugssystem: (4.75 Gleich.)

$$\int \frac{\partial v}{\partial t}\,ds + \frac{v^2}{2} + \underbrace{\frac{p}{\rho}}_{=\mathcal{P}} + \underbrace{g x_3}_{\hookrightarrow \psi} - \underbrace{\frac{1}{2}\Omega^2 r^2}_{\hookrightarrow \frac{1}{2}(\vec{\Omega}\times\vec{x})^2} = C$$

⇝ je nachdem, ob stationär, keine Vol.kr. etc. vereinfachbar

• Kraft auf Dach (Aufg. 1e))

$$\vec{F} = -\iint_{(S)} \underbrace{(p(r) - p_\infty)}_{\vec{t}}\,\vec{n}\,dS = \ldots = \oplus$$

, d.h. Kraft auf Dach wirkt von innen nach außen in pos. z-Richt.

• Geschw.feld in Zyl.koord.:

$$u_r = \frac{\partial \phi}{\partial r}\ ;\quad u_\varphi = \frac{1}{r}\frac{\partial \phi}{\partial \varphi}\ ;\quad u_z = \frac{\partial \phi}{\partial z}\ ;\quad \vec{u} = \text{grad}\,\phi = \nabla\phi\ ;\quad \vec{u} = u_r\vec{e}_r + u_\varphi\vec{e}_\varphi + u_z\vec{e}_z$$

• Bernoulli für inkompr. Ström. ($\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$), $\rho$ = c. überall

↳ $p + \frac{\rho}{2}u^2 + \rho g z = \text{const.} = C$ ⇒ Bernoullische Konstante

• Pot.ström.! ⇒ Bernoulli zw. 2 beliebig. Pkt.en im Feld ⇝ Pkt. ① & Pkt. ② definieren

• aus Konti., stat., inkompr.: $\iint_{(S)} \vec{u}\cdot\vec{n}\,dS = 0$ $\xrightarrow{\text{Aufg. 4 a)}}$ Eintrittstelle [1] $u_1 h_1$ [2] Austrittst. [3] $= u_2 h_2 + u_3 h_3$

• A4) b) ⇝ Bernoulli anwenden für Stelle [1] u. [3] & [1] u. [2]:

$$p_1 + \frac{\rho}{2}u_1^2 = \underbrace{p_3}_{\text{hier } (p_0 \text{ hier!})} + \frac{\rho}{2}u_3^2 \qquad p_1 + \frac{\rho}{2}u_1^2 = p_2 + \frac{\rho}{2}u_2^2$$

• A4) c)

↳ mit $F_x = 0 \Rightarrow \alpha$ berechnen

→ d.h. Impulssatz, stat., inkompr., keine Vol.kr.

$$\iint_{(S)} \rho\,\vec{u}\,(\vec{u}\cdot\vec{n})\,dS = \iint_{(S)} \vec{t}\,dS \quad \Big|\cdot \vec{e}_x, \text{ um Imp.satz in x-Richt.!}$$

$$\iint_{(S)} \rho\,\vec{u}\cdot\vec{e}_x\,(\vec{u}\cdot\vec{n})\,dS = \iint_{(S)} \vec{t}\cdot\vec{e}_x\,dS$$

⟺ umformulieren etc., um zur Druckdiff. zu gelangen

vdh.:
↳ Deformationsgeschw.tensor $E$:

falls ebenes Problem

$$E = \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{pmatrix}$$

Verzerrung

Stauchung

- DISSIPATIONSFKT. $\phi$ ⇒ irreversible Umwandlung von mechan. Energie in Wärme

* Materialgesetz: $\phi = P_{ij}\, e_{ij}$

für Reib.spann.

$$\phi = \lambda^* e_{kk} e_{ii} + 2\eta\, e_{ij} e_{ij}$$

↳ $\phi$ stellt die pro Volumen- u. Zeiteinheit dissipierte Energie dar / Deformationsarbeit wird in Wärme umgewandelt

Bemerkung: $e_{ij} e_{ij} \neq (e_{ij})^2$! ⇒ $e_{ij} e_{ij} = e_{11}e_{11} + e_{12}e_{12} + e_{13}e_{13} + e_{21}e_{21} + e_{22}e_{22} + \dots$

· für inkompr. Flüssigk. gilt: $e_{kk} = e_{ii} = 0$

- $\dot{\Phi}_{ab} = \iint_{(S)} \overset{(\vec{q}\cdot\vec{n})}{q_i n_i}\, dS$ mit $q_i = -\lambda \dfrac{\partial T}{\partial x_i}$ bzw. $\vec{q} = -\lambda\, \nabla T \cdot \vec{n}$

$$= \iint_{(S)} -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} n_i\, dS \quad \overset{\text{ebenes Probl.}}{\rightsquigarrow} \quad \frac{\partial T}{\partial x_i} n_i = \frac{\partial T}{\partial x_1} n_1 + \frac{\partial T}{\partial x_2} n_2 \quad \text{mit } \vec{n} = \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ? \\ ? \end{pmatrix}$$

& einsetzen

falls durch die Wand keine Wärme fließt,
also, wenn 'wärmeisoliert' gilt grad $T = 0$ bzw. $\nabla T = 0$

- diff. Form der ENERGIEGL. für newtonsche Flüssigk.en

$$\rho \underbrace{\frac{De}{Dt}}_{=0} - \frac{p}{\rho} \underbrace{\frac{D\rho}{Dt}}_{=0} = \phi + \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i}\right)$$

WENN inkompressibel
und stationär $\left(\frac{\partial}{\partial t} = 0\right)$
& Scherströmung,

$T(x_i) = \dots$ ↳ durch zweimalige Integr. erhält man die Temperaturverteilung inkl. Einbringen der Randbed.en